MODELLI STATISTICI

SLOW FADING

Il fading causato da shadowing è conosciuto come slow fading o anche log normal fading perché segue la distribuzione log normale.
La pdf del segnale ricevuto è data in dB da:

$$p(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(a-\bar{a})^2}{2\sigma^2}}$$

dove a è il livello del segnale reale ricevuto (in dB 10log10a), $\bar{a}$ è il livello medio del segnale (la media di a), σ rappresenta la deviazione standard in dB.
Si definisce probabilità di outage la probabilità che il segnale ricevuto sia minore di una data soglia:

$$P(a < S) = \int_0^S p(a)da = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{S-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)$$

In matematica la *funzione errore* è una speciale funzione così definita:

$$erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

Esiste la funzione errore completare, indicata con erfc, così definita:

$$erfc(x) = 1 - erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt$$

FAST FADING

Inviluppo complesso del segnale ricevuto:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N_r} a_i(t) x\left(t - \tau_i(t)\right)$$

$a_i(t) = \rho_i(t) e^{j\vartheta_i(t)}$ dove i parametri { ρ_i }, { ϑ_i } e { τ_i } sono variabili aleatorie.

Nella pratica si usano due modelli statistici per la variabile aleatoria a. Uno per rappresentare la propagazione in ambiente urbano, caratterizzata dall'assenza di un raggio diretto tra trasmettitore e ricevitore, quindi condizione NLoS, e da diversi raggi riflessi. L'altro per rappresentare la propagazione caratterizzata da una raggio diretto (LOS) e da diversi raggi riflessi.
Il primo caso, adatto ad ambienti urbani, è quello in cui *a* è a media nulla e ha una densità di probabilità (ddp) di ***Rayleigh*** pari a:

$$p(a) = \frac{a}{\sigma^2} e^{-\frac{a^2}{2\sigma^2}} u(a) \quad a > 0$$

dove *u(a)* vale 1 se $a \geq 0$, 0 altrimenti.

La probabilità che l'inviluppo del segnale ricevuto non superi una soglia fissata S è data dalla corrispondente funzione di distribuzione cumulative (cdf)

$$P(S) = P_a(a \le S) = \int_0^S p(a)da = 1 - e^{-\frac{S}{2\sigma^2}}$$

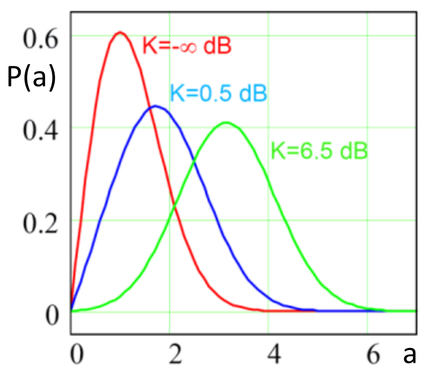
$P_{av} = 2\sigma^2$ rappresenta la potenza media del segnale.

Nel caso di propagazione con raggio LoS, la variabile aleatoria *a* è distribuita secondo il modello di ***Rice*** con ddp:

$$p(a) = \frac{a}{\sigma^2} e^{-\frac{a^2+v^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{av}{\sigma^2}\right)u(a) \qquad con \quad I_0(x) \; funzione\, di\, Bessel\, di\, ordine\, 0$$

(Le funzioni di Bessel sono alcune soluzioni di una particolare eq. Differenziale lineare del secondo ordine (detta di Bessel) $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} + (x^2 - n^2) \;\; eq. di \;\; Bessel$)

Si definisce ***fattore di Rice K*** il rapporto tra la potenza media della componente diretta ($\frac{v^2}{2}$) e quella dovuta a cammini multipli (σ^2):

$K = \frac{v^2}{2\sigma^2}$ $K = 0$ indica assenza di raggio diretto (statistica di Rayleigh) (NLoS) $0 < K < \infty$ statistica di Rice (LoS) $K \to \infty$ assenza di cammini multipli (gaussiana)	 $10\lg_{10} K$

Esempio Rayleigh:

average power = 100 µW

lower threshold = 15 µW

outage probability = $1 - e^{-\frac{S}{2\sigma^2}} = 1 - e^{-\frac{15}{100}} = \sim 13.9\%$

MODELLI DI PREVISIONE

La disponibilità di modelli di previsione consente di evitare lunghe e costose campagne di misura.

Un modello di previsione efficiente rappresenta un valido strumento per ottenere:

- Stime di attenuazione
- Statistiche di fading
- Risposta impulsiva del canale
- Valutazioni di interferenza

I modelli di previsione possono essere utilizzati in fase di

- Pianificazione di un sistema radio
- Verifica degli obiettivi di copertura e di qualità

Un modello di previsione è articolato in più parti distinte:

- Descrizione dell'ambiente di propagazione:
  Lo scenario di propagazione deve essere opportunamente modellato e le sue caratteristiche possono essere eventualmente riassunte da parametri specifici
- Descrizione dei meccanismi di propagazione
  I meccanismi di propagazione principali per l'ambiente considerato devono essere individuati e adeguatamente modellati
- Definizione dei parametri del collegamento
  Devono essere definite le caratteristiche delle antenne tra cui è instaurato il collegamento che si vuole studiare (es. posizione, potenza emessa, diagramma di radiazione)

I modelli di previsione possono essere classificati in:

- Modelli empirici
- Modelli statistici
- Modelli semi-deterministici
- Modelli deterministici

MODELLO DI OKUMURA-HATA

Il modello di Okumura-Hata è una formulazione empirica dei dati di path loss forniti da Okumura e validi da 150 MHz a 1500 MHz. Hata presentò le perdite di propagazione in un'area urbana attraverso una formula.

$$L(urban)(dB) = 69.55 + 26.16\log f_c - 13.82\log h_{te} - a(h_{re}) + (44.9 - 6.55\log h_{te})\log d$$

dove f_c è la frequenza (in MHz) da 150 a 1500 MHz, h_{te} è l'altezza del trasmettitore (base station) che varia da 30 a 200 metri, h_{re} è l'altezza dell'antenna del ricevitore mobile che varia da 1 a 10 metri, d è la distanza tra trasmettitore e ricevitore misurata in km e, infine, $a(h_{re})$ è il fattore di correzione per l'altezza dell'antenna del mobile che è una funzione della dimensione dell'area di copertura.

Per città di piccole e medie dimensioni, il fattore di correzione è dato da:

$$a(h_{re}) = (1.1\log f_c - 0.7)h_{re} - (1.56\log f_c - 0.8) \quad dB$$

Per grandi città invece:

$$a(h_{re}) = 8.29(\log 1.54 h_{re})^2 - 1.1 \quad dB \qquad for\ f_c \leq 300MHz$$

$$a(h_{re}) = 3.2(\log 11.75 h_{re})^2 - 4.97 \quad dB \qquad for\ f_c \geq 300MHz$$

Per ottenere la path loss in un area suburbana, la formula standard di Hata è così modificata:

$$L(dB) = L(urban) - 2\left[\log\left(f_c / 28\right)\right]^2 - 5.4$$

e in aree rurali, la formula è così modificata:

$$L(dB) = L(urban) - 4.78(\log f_c)^2 + 18.33\log f_c - 40.94$$

Il European Cooperative for Scientific and Technical research (EURO-COST) ha formata il comitato COST-231 con il compito di sviluppare una estensione del modello di Hata. COST-231 ha proposto la seguente formula per estendere il modello di Hata a 2 GHz. Il modello proposto per la path loss è:

$$L(urban) = 46.3 + 33.9\log f_c - 13.82\log h_{te} - a(h_{re}) + (44.9 - 6.55\log h_{te})\log d + C_M$$

dove $a(h_{re})$ è definita come visto prima, e invece

$$C_M = \begin{matrix} 0\ dB & for\ medium\ sized\ city\ and\ suburban\ areas \\ 3\ dB & for\ metropolitan\ centers \end{matrix}$$

Il modello COST-231 (estensione del modello Hata) è ristretto al seguente range di parametri: f (1500-2000 MHz); h_{te} (30-200 m), h_{re} (1-10 m), d (1-20 km)

MODELLO DI ATTENUAZIONE NELLO SPAZIO LIBERO

IPOTESI:

- PERCORSO DIRETTO TRA SORGENTE E RICEVITORE NEL CASO DI LINE OF SIGHT (LOS)
- IL SEGNALE RADIO SI COMPORTA COME LA LUCE NELLO SPAZIO LIBERO

IN TALI CONDIZIONI IL RICEVITORE (IN ASSENZA DI OSTACOLI) riceve una potenza che è inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra sorg. e ricevitore:

$$P_r(d) \propto d^{-2}$$

UN approccio di implementazione elementare che permette di effettuare, nel caso di una comunicazione in condizioni LOS, un'analisi del collegamento in maniera piuttosto semplice è quello che discende dalla ben nota formula di Friis, che opera in condizioni di spazio libero (Free Space).
Il valore di path loss si può esprimere attraverso il rapporto tra potenza ricevuta e potenza trasmessa e può essere determinato in funzione della lunghezza d'onda λ e della distanza d tra le antenne:

$$\text{FREE SPACE LOSS} = \frac{P_r}{P_t} = \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2$$

Consideriamo il caso di modello nello spazio libero con un'antenna ideale. Se l'antenna è un'antenna isotropica (omnidirezionale)* possiamo vedere quanto vale l'attenuazione della potenza trasmessa ad una distanza d.
La capacità di irradiare energia di un'antenna dipende dalla frequenza di trasmissione e dalla sua geometria.

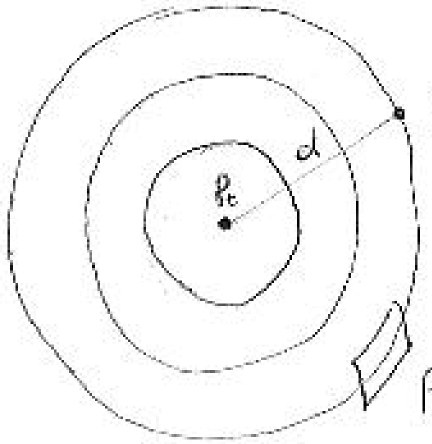
* antenna ideale che è in grado di irradiare uniformemente in tutte le direzioni dello spazio

Caratteristiche dell'antenna sono:
- area efficace (rappresenta l'attitudine di un antenna a ricevere o trasmettere energia elettromagnetica)
- area geometrica:

L'area efficace e l'area geometrica di un'antenna sono in relazione attraverso un parametro di efficienza che tiene conto del fatto che non tutta la potenza incidente viene estratta a causa di differenti meccanismi di perdita:

$$A_e = \eta A_g$$

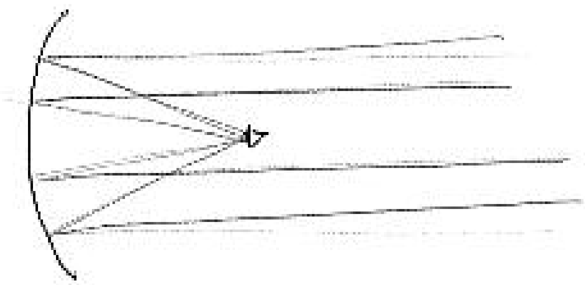
Valori tipici di η sono attorno a 0,5.



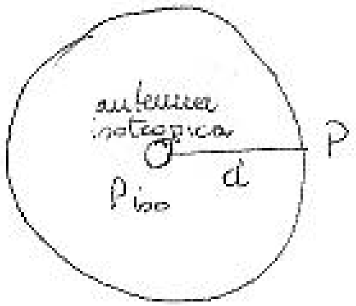
$p(d) = \frac{P_t}{4\pi d^2}$ densità di potenza su una sfera a distanza d

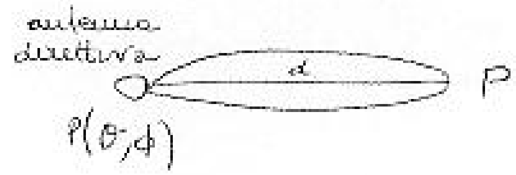
$P_r = p(d) A_e$ Potenza estratta tramite antenna ricevente

Un'antenna in cui la radiazione avviene lungo una direzione preferenziale (prevalentemente) è detta ANTENNA DIRETTIVA). Un esempio è l'antenna parabolica:



Per questo tipo di antenne si parla di GUADAGNO D'ANTENNA





$$G(\theta,\phi) = \frac{P(\theta,\phi)}{P_{iso}}$$

GUADAGNO D'ANTENNA

L'area efficace è legata al guadagno da una relazione fondamentale:

$$\frac{A_e}{G} = \frac{\lambda^2}{4\pi}$$

Quindi la potenza ricevuta nel caso di antenna direttiva diventa:

$$p(d) = \frac{P_t G_t}{4\pi d^2} \quad [W/m^2]$$

$$P_r = p(d) A_e = \frac{P_t G_t}{4\pi d^2} A_e = \quad \text{dove } A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

$$= \frac{P_t G_t}{4\pi d^2} \frac{\lambda^2}{4\pi} G_r = P_t G_t G_r \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 =$$

$$= \frac{P_t G_t G_r}{FSL} \qquad FSL = \left(\frac{4\pi d}{\lambda}\right)^2$$

attenuazione nello spazio libero

$$P_r = \frac{P_t G_t G_r}{L} \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2$$

L tiene conto di altre perdite come quelle dovute all'hardware

con $d > 0$

$P_t G_t$ = Equivalent Isotropic Radiated Power (EIRP)

Il modello appena descritto è tuttavia molto semplificato in quanto è noto che da una certa distanza in poi (detta distanza di rottura) l'attenuazione non segue più una legge quadratica, ma è maggiore.
Quindi la potenza ricevuta in free-space ad una distanza maggiore di d_{BREAK} è data da:

$$P_r(d) = P_r(d_{BREAK}) \left(\frac{d}{d_{BREAK}} \right)^{-n} \qquad d > d_{BREAK}$$

Valori tipici di d_{BREAK} sono 1 metro per ambienti interni, 100 m o 1 km per ambienti esterni.